



# Forschungsbericht 2016

Institut für Analysis und Numerik

# INSTITUT FÜR ANALYSIS UND NUMERIK

Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg  
Tel. +49 (0)391 67 58649 / 58586, Fax +49 (0)391 67 48073  
ian@uni-magdeburg.de

## 1. Leitung

Prof. Dr. Klaus Deckelnick (Geschäftsführender Leiter ab 01.04.2016)  
Prof. Dr. Hans-Christoph Grunau  
Prof. Dr. Miles Simon  
Prof. Dr. Thomas Richter (seit 01.10.2016)  
Prof. Dr. Lutz Tobiska (Geschäftsführender Leiter, bis 31.03.2016)  
Prof. Dr. Gerald Warnecke  
Priv.-Doz. Dr. Bernd Rummeler

## 2. HochschullehrerInnen

Prof. Dr. Klaus Deckelnick  
Prof. em. Dr. Herbert Goering  
Prof. Dr. Hans-Christoph Grunau  
apl Prof. Dr. Matthias Kunik  
Prof. Dr. Thomas Richter (seit 01.10.2016)  
Priv.-Doz. Dr. Bernd Rummeler  
apl. Prof. Dr. Friedhelm Schieweck  
Prof. Dr. Miles Simon  
Prof. Dr. Lutz Tobiska (bis 31.03.2016)  
Prof. Dr. Gerald Warnecke

## 3. Forschungsprofil

### AG Numerische Analysis: (Tobiska, Schieweck)

- Konvergenz, Stabilität und Genauigkeit von Finite Elemente Methoden für nichtlineare partielle Differentialgleichungssysteme, insbesondere in der numerischen Strömungssimulation
- Eigenschaften der Lösung singular gestörter Probleme
- A posteriori Fehlerschätzung und adaptive FEM
- Entwicklung effektiver Algorithmen zur Lösung hochdimensionaler Gleichungssysteme auf modernen Rechnerarchitekturen
- Finite Elemente Methoden zur Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen in Gebieten mit freiem Rand und Entwicklung geeigneter Mehrgitterlöser
- Galerkin Methoden zur Lösung instationärer partieller Differentialgleichungen
- Numerische Behandlung mathematischer Modelle zur Strömungssimulation in porösen Medien

## **AG Analysis (Nichtlineare partielle Differentialgleichungen: Deckelnick, Grunau, Rummler, Simon)**

Randwertprobleme für Willmoreflächen

- Abschätzungen, qualitative Eigenschaften & Existenz (Deckelnick, Grunau)
- Entwicklung und Analyse numerischer Näherungsverfahren (Deckelnick)

Ricci-Fluss (Simon)

- Verhalten von Singularitäten
- Existenz und Regularität im Falle nichtglatter Anfangsdaten

Elliptische Randwertprobleme höherer Ordnung (Grunau)

- Fast-Positivität und Abschätzungen für Greensche Funktionen
- Semilineare Gleichungen mit (super-) kritischem Wachstum, Bezüge zur Differentialgeometrie

Optimalsteuerungsprobleme mit partiellen Differentialgleichungen (Deckelnick)

- Entwicklung & Analyse numerischer Näherungsverfahren
- Bezüge zu Parameteridentifikationsproblemen

Nichtlineare Evolutionsgleichungen

- Existenz, qualitative Eigenschaften & numerische Approximation für geometrische Evolutionsgleichungen (Deckelnick)
- Stabilität und Abschätzungen, Fastpositivität (Grunau / Simon)
- Existenz & Regularität bei nichtglatten Anfangsdaten (Simon)

Hydrodynamik (Rummler)

- Eigenfunktionen des Stokes-Operators
- Laminar-turbulentes Umschlagsverhalten, Bifurkationen
- Regularität von Zerlegungsfeldern

## **AG Numerische Mathematik (Warnecke, Kunik)**

- Konvergenz, Stabilität und Genauigkeit von Diskretisierungsverfahren (FEM, FVM, FDM, kinetische Verfahren) für partielle Differentialgleichungssysteme, Entwicklung numerischer Verfahren
- Theoretische und numerische Untersuchung von Systemen von Erhaltungsgleichungen, insbesondere in der Gasdynamik, Mehrphasengemische,
- Riemann-Probleme für Systeme hyperbolischer Erhaltungsgleichungen, resonante Wellen, Phasenübergänge
- Analytische Zahlentheorie

## **AG Numerische Mathematik in Anwendungen (Richter)**

- Entwurf und Analyse von effizienten numerischen Methoden zur Simulation von Multiphysik-Problemen
- Einsatz adaptiver Finite Elemente Methoden zur Diskretisierung von partiellen Differenzialgleichungen. Analyse dualitätsbasierter Fehlerschätzer in Ort und Zeit
- Analyse von Fluid-Struktur Interaktionsproblemen mit Anwendung in der Medizin auf Höchstleistungsrechnern zur schnellen Simulation

## **4. Kooperationen**

- Prof. Dr. V. Polevikov (Minsk, Belarus)

- Prof. Dr. Charles Elliott, University of Warwick
- Prof. Dr. Eleuterio Toro, Italien
- Prof. Dr. Filippo Gazzola, Politecnico di Milano
- Prof. Dr. Guido Sweers, Universität zu Köln

## 5. Forschungsprojekte

**Projektleitung:** Prof. Dr. Lutz Tobiska

**Projektbearbeitung:** A. Hahn

**Förderer:** Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG); 01.11.2012 - 30.09.2017

### **ALE-FEM für Zweiphasenströmungen mit Surfactants**

Numerische Berechnungen von Zweiphasenströmungen mit oberflächenaktiven Substanzen (Surfactants) sind sehr gefragt in verschiedenen wissenschaftlichen und technischen Anwendungen. Die Anwesenheit der Surfactants erhöht die Komplexität, der ohnehin schon herausfordernden Berechnung der Zweiphasenströmung. Surfactants verändern die Strömungsdynamik deutlich durch eine Senkung der Oberflächenspannung an der Grenzfläche. Darüber hinaus ist die Konzentration von Surfactants an der Grenzschicht oft nicht homogen wodurch Marangoni Kräfte induziert werden. Zusätzlich finden, im Falle von löslichen Surfactants, Adsorption und Desorption an der Grenzschicht und zwischen den Bulkphasen statt. Das Ziel dieses Projektes ist die Analyse und Implementierung von ALE-Finite-Elemente basierte Diskretisierung für die robuste und akurate Simulation von Zweiphasenströmungen mit löslichen und unlöslichen Surfactants im dreidimensionalen Fall.

---

**Projektleitung:** Prof. Dr. Lutz Tobiska

**Projektbearbeitung:** Kristin Held

**Förderer:** Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG); 01.03.2012 - 28.02.2017

### **GRK 1554 Mikro-Makro-Wechselwirkungen in strukturierten Medien- und Partikelsystemen "Discretization of coupled pdes for surfactant influenced interfaces"**

Das Projekt befasst sich mit der Konzentrationsverteilung von Surfactants in den Kernphasen und auf der Oberfläche. Es sind FEM -basierte Lösungsverfahren für die gekoppelten Systeme partieller Differentialgleichungen zu entwickeln und zu analysieren.

---

**Projektleitung:** Prof. Dr. Gerald Warnecke

**Projektbearbeitung:** Dr. Maren Hantke, M. Sc. Christoph Matern

**Förderer:** Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG); 01.07.2016 - 31.03.2019

### **Graduiertenkolleg 1554, Mikro-Macro-Interactions in structured Media and Particle Systems**

Disperse Zwei-Phasen-Strömungen mit Phasenübergängen

Sowohl in der Natur als auch in industriellen Anwendungen treten mehrkomponentige Mehrphasenströmungen auf. Die Modellierung und Simulation kompressibler Mehrphasenströmungen stellt eine interdisziplinäre Herausforderung sowohl für Mathematiker, als auch für Physiker und Ingenieurere oder Chemiker dar. Die Schwierigkeiten resultieren hauptsächlich aus den Prozessen an den Phasengrenzen, insbesondere aus dem Massenübergang zwischen den einzelnen Phasen. Massentransfer erfolgt dabei sowohl durch den Phasenübergang, als auch durch chemische Reaktionen.

Obwohl die Untersuchung von Phasengrenzen z. B. zwischen Gasen und Flüssigkeiten schon seit langem Gegenstand der Forschung ist, sind die Ergebnisse in diesem Gebiet noch unzureichend und es gibt viele offene Fragen.

Im Projekt werden schwach hyperbolisch Mehrphasen-Gemischgleichungssysteme bestehend aus partiellen Differentialgleichungen analytisch diskutiert und numerisch berechnet. In den Euler-Euler-Beschreibungen werden sowohl Massen-, als auch Impuls- und Energiebilanzen einzelner Komponenten oder Phasen sowie Bilanzen für Blasenanzahldichte, Blasengröße oder das Volumen der Komponenten bzw. Phasen berücksichtigt.

---

**Projektleitung:** Prof. Dr. Gerald Warnecke

**Projektbearbeitung:** Dipl.-Math. Robin Gröpler

**Förderer:** Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG); 01.06.2013 - 27.08.2016

**Numerical simulation of population balance equations and lime shaft kilns**

The numerical simulation of a one-dimensional mathematical model is developed describing the lime calcination process in different types of shaft kilns. The model comprises a system of ordinary differential equations derived from mass and energy balances. A particle model for the chemical reaction is used and is connected to the energy balance equations for the gas and the solid inside the kiln taking into account the size distribution of solid particles.

This mixed initial value problem leads to a very unstable behavior of the existing numerical methods for boundary value problems. A stable numerical scheme for the solution of the equations is developed and analyzed. With this the influence of several parameters on the lime calcination process can be investigated. The results of this study can be transferred directly to the praxis for design, operation, regulation and optimization of normal shaft kilns.

---

**Projektleitung:** Prof. Dr. Gerald Warnecke

**Projektbearbeitung:** Dr. Carlos Cueto Camejo, M.Sc. Taj Munir

**Kooperationen:** PD Dr. Martin Falcke (MDC, Berlin)

**Förderer:** Deutscher Akademischer Austauschdienst e.V. (DAAD); 01.04.2016 - 31.03.2019

**Simulation von "excitation contraction coupling" in ventrikulären Kardiomyozyten**

Weitere Förderung: Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG); 1.10.2013 - 15.02.2017

Arrhythmia und Fibrillation sind führende Ursachen für Herztod. Sie können durch Alternas und arrhythmogene Prozesse auf Zellebene verursacht werden.  $Ca^{2+}$ -Dynamik ist involviert bei einigen von ihnen. Das Projekt wird zelluläre arrhythmogene Prozesse untersuchen, die zum Teil bekannt aber in ihrer Wechselwirkung wenig verstanden sind, durch die Simulation von excitation contraction coupling (ECC) in ventrikulären Kardiomyozyten.

Membrandepolarisation wird in tausenden diadischen Spalten in ein Kalziumsignal übertragen. Der große Bereich von Raum- und Zeitskalen des Problems verlangt eine Multiskalentechnik, die die Konzentration in den Spalten durch quasistatische Greensche Funktionen beschreibt, und die Reaktions-Diffusions-Prozesse im Volumen mit Finite-Element-Methoden (FEM) simuliert. Die Dynamiken der Ionenkanäle in den Spalten werden wir stochastisch simulieren. Das Membranpotentialmodell wird zelltyp- und speziesspezifisch sein. Wir werden problemspezifisches hybrid stochastisch-deterministisches Zeitschritt-Management entwickeln. Der Bereich von Raum- und Zeitskalen im Volumen erfordert räumliche und zeitliche Adaptivität der FEM. Wir werden Algorithmen für ihre gleichzeitige Nutzung erarbeiten, und lineare implizite Runge-Kutta-Methoden höherer Ordnung einsetzen, um den Anforderungen an das Zeitschritt-Management gerecht zu werden. Für die Nutzung von Hochleistungsrechnern werden wir angepasste "load balancing"-Methoden entwickeln.

---

**Projektleitung:** Prof. Dr. Gerald Warnecke

**Projektbearbeitung:** Shaohua, Yu

**Förderer:** Land (Sachsen-Anhalt); 01.05.2014 - 30.04.2017

**Two phase mixture conservation laws for flows with chemical reactions**

We want to use the system of two mixture conservation laws to model chemical reactions in bubble column reactors. These partial differential equations are complemented by mass balances and reaction kinetics for the chemical reactions. The aim is to develop efficient numerical methods to compute examples which come from specific experiments that are being made by cooperation partners.

---

**Projektleitung:** Dr. Maren Hantke

**Projektbearbeitung:** Dipl.-Math. Ferdinand Thein

**Förderer:** Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG); 01.11.2012 - 31.12.2016

**Eulergleichungen mit Phasenübergängen**

Untersucht werden Riemann-Probleme für die Eulergleichungen unter Berücksichtigung von Phasenübergängen, d.h. Kondensation und Verdampfung, sowohl für Mischungen als auch für Reinstoffe. Ziel des beantragten Projektes ist es, sämtliche mögliche Lösungsklassen zu beschreiben und in allen diesen Klassen Existenz und Eindeutigkeit der Lösung zu beweisen und die exakte Lösung zu konstruieren. Insbesondere werden auch die Fälle von Kavitation und Nukleation untersucht. Weiterhin erfolgt die Entwicklung numerischer Verfahren in allen Lösungs- und Problemklassen.

## 6. Veröffentlichungen

### **Begutachtete Zeitschriftenaufsätze**

**Ali, Ahmad Ahmad; Deckelnick, Klaus; Hinze, Michael**

Global minima for semilinear optimal control problems

In: Computational optimization and applications: an international journal. - New York, NY [u.a.]: Springer Science + Business Media B.V, Bd. 65.2016, 1, S. 261-288;

[Imp.fact.: 1,444]

**Deckelnick, Klaus; Elliott, Charles M.; Styles, Vanessa**

Double obstacle phase field approach to an inverse problem for a discontinuous diffusion coefficient

In: Inverse problems: an international journal of inverse problems, inverse methods and computerised inversion of data. - Bristol [u.a.]: Inst; Vol. 32.2016, Art. 045008, insgesamt 26 S.;

[Imp.fact.: 1,323]

**Di Pietro, Daniele A.; Ern, Alexander; Linke, Alexander; Schieweck, Friedhelm**

A discontinuous skeletal method for the viscosity-dependent Stokes problem

In: Computer methods in applied mechanics and engineering. - Amsterdam [u.a.]: Elsevier Science, Bd. 306.2016, S. 175-195;

[Imp.fact.: 2,959]

**Dipierro, Serena; Grunau, Hans-Christoph**

Boggios formula for fractional polyharmonic Dirichlet problems

In: Annali di matematica pura ed applicata. - Berlin: Springer, insges. 18 S., 2016;

[Imp.fact.: 0,861]

**Eichmann, Sascha; Koeller, Amos**

Symmetry for Willmore surfaces of revolution

In: The journal of geometric analysis. - New York, NY: Springer, insges. 25 S., 2016;

[Imp.fact.: 0,971]

**Frei, S.; Richter, Thomas; Wick, T.**

Long-term simulation of large deformation, mechano-chemical fluid-structure interactions in ALE and fully Eulerian coordinates

In: Journal of computational physics. - Orlando, Fla: Academic Press, Bd. 321.2016, S. 874-891;

[Imp.fact.: 2,556]

**Hallak, Bassem; Herz, Fabian; Specht, Eckehard; Gröpler, Robin; Warnecke, Gerald**

Simulation of limestone calcination in normal shaft kilns, Part 3: Influence of particle size distribution and type of limestone

In: Cement, lime, gypsum. - Gütersloh: Bauverl. BV, Bd. 69.2016, 3, S. 64-68;

[Imp.fact.: 0,071]

**Kunik, Matthias**

A scaling property of Farey fractions

In: European journal of mathematics. - Berlin [u.a.]: Springer, Bd. 2.2016, 2, S. 383-417;

**Kunik, Matthias**

A scaling property of Farey fractions, Part II: convergence at rational points

In: European journal of mathematics. - Berlin [u.a.]: Springer, Bd. 2.2016, 3, S. 886-896;

**Mercker, Moritz; Brinkmann, Felix; Marciniak-Czochra, Anna; Richter, Thomas**

Beyond Turing - mechanochemical pattern formation in biological tissues

In: Biology direct. - London: BioMed Central, Bd. 11.2016, 22, insges. 15 S.;  
[Imp.fact.: 3,016]

**Thein, Ferdinand; Hantke, Maren**

Singular and selfsimilar solutions for Euler equations with phase transitions

In: Bulletin of the Brazilian Mathematical Society. - Heidelberg [u.a.]: Springer, Bd. 47.2016, 2, S. 779-786;  
[Imp.fact.: 0,300]

**Yang, Yifan; Jäger, Willi; Neuss-Radu, Maria; Richter, Thomas**

Mathematical modeling and simulation of the evolution of plaques in blood vessels

In: Journal of mathematical biology. - Berlin: Springer, Bd. 72.2016, 4, S. 973-996;  
[Imp.fact.: 1,716]

**Yang, Yifan; Richter, Thomas; Jäger, Willi; Neuss-Radu, Maria**

An ALE approach to mechano-chemical processes in fluid-structure interactions

In: International journal for numerical methods in fluids. - Chichester: Wiley, 2016; <http://dx.doi.org/10.1002/flid.4345>;  
[Imp.fact.: 1,447]

***Nicht begutachtete Zeitschriftenaufsätze***

**Barrett, John W.; Deckelnick, Klaus; Styles, Vanessa**

Numerical analysis for a system coupling curve evolution to reaction-diffusion on the curve

In: Magdeburg: Universität, Fakultät für Mathematik, 2016; 20 Seiten: Diagramme - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2016,Nr.5);

**Deckelnick, Klaus; Styles, Vanessa**

Stability and error analysis for a diffuse interface approach to an advection-diffusion equation on a moving surface

In: Magdeburg: Universität, Fakultät für Mathematik, 2016; 26 Seiten - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2016,Nr.11);

**Eichmann, Sascha; Grunau, Hans-Christoph**

Existence for Willmore surfaces of revolution satisfying non-symmetric Dirichlet data

In: Magdeburg: Universität, Fakultät für Mathematik, 2016; 36 Seiten: Diagramme - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2016,Nr.6);

**Kunik, Matthias**

A scaling property of farey fractions, Part III: Representation formulas

In: Magdeburg: Universität, Fakultät für Mathematik, 2016; 17 Seiten - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2016,Nr.8);

***Begutachtete Buchbeiträge***

**Bremer, Jens; Goyal, Pawan; Feng, Lihong; Benner, Peter; Sundmacher, Kai**

Nonlinear model order reduction for catalytic tubular reactors

In: Computer aided chemical engineering. - Amsterdam [u.a.]: Elsevier, Bd. 38.2016, S. 2373-2378;  
[Kongress: 26th European Symposium on Computer Aided Process Engineering];

***Herausgeberschaften***

**Grunau, Hans-Christoph**

Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. - Wiesbaden, Vieweg + Teubner, ISSN: 0012-0456, 2189033, 2016;

***Habilitationen***

**Stoll, Martin; Benner, Peter [GutachterIn]**

Fast iterative solvers for time-dependent PDE-constrained optimization problems  
In: Magdeburg, 2016; 257 Seiten: Illustrationen;

**Dissertationen**

**Heß, Martin; Benner, Peter [GutachterIn]**

Reduced basis approximations for electromagnetic applications. - Magdeburg, 2016; ix, 149 Seiten: Illustrationen  
[Literaturverzeichnis: Seite 131-143];

**Kavaliou, Klim; Tobiska, Lutz [GutachterIn]**

Mathematical modeling of the diffusion of magnetic particles in a ferrofluid seal under magnetic and centrifugal forces.  
- Barleben: docupoint Verlag, 2016; x, 98 Seiten: Illustrationen; 21 cm - (Micro-macro transactions; Volume 23), ISBN  
978-3-86912-123-9;  
[Literaturverzeichnis: Seite 95-98];

**Kürschner, Patrick; Benner, Peter [GutachterIn]**

Efficient low-rank solution of large-scale matrix equations. - Aachen: Shaker Verlag, 2016; xx, 227 Seiten: Diagramme;  
21 cm - (Forschungsberichte aus dem Max-Planck-Institut für Dynamik komplexer technischer Systeme; Band 45), ISBN  
3844043853;

**Onwunta, Akwum Agwu; Benner, Peter [GutachterIn]**

Low-rank iterative solvers for large-scale stochastic Galerkin linear systems. - Magdeburg, 2016; viii, 149 Seiten:  
Illustrationen, Diagramme; 30 cm  
[Literaturverzeichnis: Seite 135-149];

**Redmann, Martin; Benner, Peter [GutachterIn]**

Balancing related model order reduction applied to linear controlled evolution equations with Lévy Noise.  
- Magdeburg, 2016; xiii, 184 Blätter  
[Literaturverzeichnis: Blatt 177-183];