

INSTITUT FÜR ANALYSIS UND NUMERIK

Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg
Tel. +49 (0)391 67 18649 / 18586 / 18700, Fax +49 (0)391 67 18073
ian@uni-magdeburg.de

1. Leitung

Prof. Dr. Klaus Deckelnick
Prof. Dr. Hans-Christoph Grunau
Prof. Dr. Miles Simon
Prof. Dr. Lutz Tobiska (Geschäftsführender Leiter)
Prof. Dr. Gerald Warnecke
Priv.-Doz. Dr. Bernd Rummeler

2. Hochschullehrer

Prof. Dr. Klaus Deckelnick
Prof. em. Dr. Herbert Goering
Prof. Dr. Hans-Christoph Grunau
apl Prof. Dr. Matthias Kunik
Priv.-Doz. Dr. Bernd Rummeler
apl. Prof. Dr. Friedhelm Schieweck
Prof. Dr. Miles Simon
Prof. Dr. Lutz Tobiska
Prof. Dr. Gerald Warnecke

3. Forschungsprofil

AG Analysis (Numerische Analysis: Tobiska, Schieweck)

- Konvergenz, Stabilität und Genauigkeit von Finite Elemente Methoden für nichtlineare partielle Differentialgleichungssysteme, insbesondere in der numerischen Strömungssimulation
- Eigenschaften der Lösung singular gestörter Probleme
- A posteriori Fehlerschätzung und adaptive FEM
- Entwicklung effektiver Algorithmen zur Lösung hochdimensionaler Gleichungssysteme auf modernen Rechnerarchitekturen
- Finite Elemente Methoden zur Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen in Gebieten mit freiem Rand und Entwicklung geeigneter Mehrgitterlöser
- Galerkin Methoden zur Lösung instationärer partieller Differentialgleichungen
- Numerische Behandlung mathematischer Modelle zur Strömungssimulation in porösen Medien

AG Analysis (Nichtlineare partielle Differentialgleichungen: Deckelnick, Grunau, Rummler, Simon)

Randwertprobleme für Willmoreflächen

- Abschätzungen, qualitative Eigenschaften & Existenz (Deckelnick, Grunau)
- Entwicklung und Analyse numerischer Näherungsverfahren (Deckelnick)

Ricci-Fluss (Simon)

- Verhalten von Singularitäten
- Existenz und Regularität im Falle nichtglatter Anfangsdaten

Elliptische Randwertprobleme höherer Ordnung (Grunau)

- Fast-Positivität und Abschätzungen für Greensche Funktionen
- Semilineare Gleichungen mit (super-) kritischem Wachstum, Bezüge zur Differentialgeometrie

Optimalsteuerungsprobleme mit partiellen Differentialgleichungen (Deckelnick)

- Entwicklung & Analyse numerischer Näherungsverfahren
- Bezüge zu Parameteridentifikationsproblemen

Nichtlineare Evolutionsgleichungen

- Existenz, qualitative Eigenschaften & numerische Approximation für geometrische Evolutionsgleichungen (Deckelnick)
- Stabilität und Abschätzungen, Fastpositivität (Grunau / Simon)
- Existenz & Regularität bei nichtglatten Anfangsdaten (Simon)

Hydrodynamik (Rummler)

- Eigenfunktionen des Stokes-Operators
- Laminar-turbulentes Umschlagsverhalten, Bifurkationen
- Regularität von Zerlegungsfeldern

AG Numerische Mathematik (Warnecke, Kunik)

- Konvergenz, Stabilität und Genauigkeit von Diskretisierungsverfahren (FEM, FVM, FDM, kinetische Verfahren) für partielle Differentialgleichungssysteme, Entwicklung numerischer Verfahren
- Theoretische und numerische Untersuchung von Systemen von Erhaltungsgleichungen, insbesondere in der Gasdynamik, Mehrphasengemische, laserinduzierte Gasblasen
- Riemann-Probleme für Systeme hyperbolischer Erhaltungsgleichungen, resonante Wellen, Phasenübergänge
- Analytische und Numerische Methoden für Populationsbilanzgleichungen in der Verfahrenstechnik und der Bioverfahrenstechnik, Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen

4. Forschungsprojekte

Projektleiter: Prof. Dr. Lutz Tobiska

Projektbearbeiter: A. Hahn

Förderer: DFG; 01.11.2011 - 30.11.2015

ALE-FEM für Zweiphasenströmungen mit Surfactants

Numerische Berechnungen von Zweiphasenströmungen mit oberflächenaktiven Substanzen (Surfactants) sind sehr gefragt in verschiedenen wissenschaftlichen und technischen Anwendungen. Die Anwesenheit der Surfactants erhöht die Komplexität, der ohnehin schon herausfordernden Berechnung der Zweiphasenströmung. Surfactants verändern die

Strömungsdynamik deutlich durch eine Senkung der Oberflächenspannung an der Grenzfläche. Darüber hinaus ist die Konzentration von Surfactants an der Grenzschicht oft nicht homogen wodurch Marangoni Kräfte induziert werden. Zusätzlich finden, im Falle von löslichen Surfactants, Adsorption und Desorption an der Grenzschicht und zwischen den Bulkphasen statt. Das Ziel dieses Projektes ist die Analyse und Implementierung von ALE-Finite-Elemente basierte Diskretisierung für die robuste und akurate Simulation von Zweiphasenströmungen mit löslichen und unlöslichen Surfactants im dreidimensionalen Fall.

Projektleiter: Prof. Dr. Lutz Tobiska

Projektbearbeiter: Kovalev, Klim

Förderer: DFG; 01.06.2011 - 31.05.2013

Diffusion of magnetic particles in magnetic fluid seals

Modeling the influence of diffusion of magnetic particles on the stability of dynamic magnetic fluid seal. Analysis and simulation for noncoercive elliptic convective-diffusive problem, using mixed finite element finite volume approach.

Projektleiter: Prof. Dr. Lutz Tobiska

Förderer: DFG; 01.03.2012 - 28.02.2015

GRK 1554 Mikro-Makro-Wechselwirkungen in strukturierten Medien- und Partikelsystemen "Discretization of coupled pdes for surfactant influenced interfaces"

Das Projekt befasst sich mit der Konzentrationsverteilung von Surfactants in den Kernphasen und auf der Oberfläche. Es sind FEM -basierte Lösungsverfahren für die gekoppelten Systeme partieller Differentialgleichungen zu entwickeln und zu analysieren.

Projektleiter: Prof. Dr. Klaus Deckelnick

Projektbearbeiter: Dr. Anna Dall'Acqua, Dr. M. Bergner, Prof. Dr. Hans-Christoph Grunau, Prof. Dr. Friedhelm Schieweck

Förderer: DFG; 01.10.2008 - 31.03.2013

Randwertprobleme für Willmoreflächen - Analysis, Numerik und numerische Analysis

Die Willmoregleichung, d.h. die Euler-Lagrange-Gleichung zum Willmorefunktional, zählt zu den wichtigen und anspruchsvollen Herausforderungen der nichtlinearen Analysis: Sie ist quasilinear und von vierter Ordnung; viele aus der Theorie von Gleichungen und Systemen zweiter Ordnung her wohlbekannt Methoden versagen zu einem großen Teil. Dennoch konnten in letzter Zeit einige bemerkenswerte Fortschritte u.a. von L. Simon, E. Kuwert, R. Schätzle, T. Riviere u.a. erzielt werden. Bislang wurde das Willmorefunktional meist nur auf unberandeten kompakten Mannigfaltigkeiten studiert, da hier großer Gewinn aus globalen differentialgeometrischen Eigenschaften gezogen werden konnte. Hinsichtlich Randwertproblemen liegen erst ganz wenige Resultate vor: Die ohnehin schwierige Gewinnung von Kompaktheit / Abschätzungen wird hier nochmals komplizierter. Wir wollen mit numerischen Studien und analytischen Untersuchungen von Randwertproblemen in symmetrischen Prototypsituationen beginnen und damit eine Richtung aufzeigen, unter welchen Bedingungen zu erwarten sein wird, mit a-priori-beschränkten Minimalfolgen arbeiten und a-priori-beschränkte klassische Lösungen erhalten zu können. Es soll auch das allgemeinere und nicht mehr konform invariante Helfrich-Funktional studiert werden und mit der Analysis echt zweidimensionaler Randwertprobleme begonnen werden. Darüber hinaus sollen numerische Algorithmen und Konvergenzsätze in allgemeineren Situation entwickelt werden, z.B. für Graphen über zweidimensionalen Gebieten. Diesbezügliche Ergebnisse könnten Entwicklungen hin zu parametrisch beschriebenen Flächen vorbereiten. Im vorliegenden Projekt werden Analysis, numerische Analysis und Numerik gleichberechtigt und eng miteinander verzahnt bearbeitet. Die Analysis profitiert von den numerischen Studien, während die Numerik ganz wesentlich auf die analytischen Vorarbeiten aufbaut. Die numerische Analysis schließt sich setzt sowohl auf den numerischen als auch den analytischen Vorarbeiten auf und wirkt umgekehrt hierauf zurück.

Projektleiter: Prof. Dr. Gerald Warnecke

Projektbearbeiter: M.Sc. Mhamad Al-Mhamad

Förderer: Sonstige; 01.04.2010 - 31.03.2013

Discontinuous Galerkin Method for Solving the Shallow Water Equations

The shallow water equations (SWE) are derived from the incompressible Navier-Stokes equations using the hydrostatic assumption and the Boussinesq approximation. The SWE are a system of coupled nonlinear partial differential equations defined on complex physical domains arising, for example, from irregular land boundaries. The discontinuous Galerkin methods (DG methods) is a form of methods for solving partial differential equations. They combine features of the continuous framework and have been successfully applied to problems arising from a wider range of applications. In this project, we formulate the discontinuous Galerkin methods (DG methods) for solving the shallow water equations (SWE) and study them using methods of numerical analysis

Projektleiter: Prof. Dr. Gerald Warnecke

Projektbearbeiter: M.Sc. Jared Okiro

Förderer: DAAD; 01.10.2010 - 31.03.2014

Discontinuous Galerkin Methods for Reaction-Diffusion Systems: A Case of Intracellular and Intercellular Calcium Dynamics

Das Kalzium ist ein wichtiger Botenstoff. Kalziumwellen übermitteln Signale in lebenden Zellen und nehmen an der Kommunikation zwischen Zellen teil. Die Dynamik der Konzentration von Kalziumionen ist durch einen Übergang von lokalen stochastischen Ausstößen aus Puffern zu globalen Wellen und Oszillationen gekennzeichnet. Die Modellierung der Diffusion, der Bindung und des Membrantransports von Kalziumionen führt auf ein System von Reaktions-Diffusions-Gleichungen. Diskontinuierliche Galerkin-Methoden verbinden Eigenschaften der Finite-Element-Methoden und der Finite-Volumen-Methoden. Diese robusten und genauen Methoden finden eine immer stärkere Verbreitung.

Dieses Projekt soll effiziente, zuverlässige, adaptive numerische Lösungen zu Reaktions-Diffusions-Systeme für obige Anwendungen entwickeln.

Projektleiter: Prof. Dr. Gerald Warnecke

Projektbearbeiter: M.Sc. Yaser Al-Kurdi

Kooperationen: FVST

Förderer: Sonstige; 01.04.2008 - 31.03.2013

Fluidized Beds

The traditional importance of heat and mass transfer in physics and engineering have led to many physical interesting and mathematically challenging problems in relation to nonlinear parabolic and hyperbolic equations. From the process engineering point of view, the fabrication and subsequent treatment of disperse products are very important. This is due to the fact that 60% of all products of the chemical industry are particles. The work is on the modeling of heat and mass transfer in gas-solid-fluidized beds with spray injection which are widely used for the formation of particles from liquid solutions or suspensions as well as for the coating of particles with solid layers for the production of functional surfaces to enhance their handling properties, e.g. instant properties, controlled release or protection for chemical reactions. Such a fluidized bed spray granulation (FBSG) system involves high heat and mass transfer and mixing properties, as well as the coupling of wetting, drying, particle enlargement, homogenization and separation processes. In FBSG, the liquid is sprayed with a nozzle as droplets on solid particles. The droplets are deposited on the particles and distributed through spreading. The solvent evaporates in the hot, unsaturated fluidization gas, thereby the solid grows in layers on the particle surface. This process is called granulation or layering (coating). The process conditions in the injection zone have a strong influence on the local particle volume concentrations, particle velocities, deposition of the liquid droplets and solidification of the solid content of the liquid and subsequent product quality. Fluidized beds are widely used to achieve either chemical reactions or physical processing that require interfacial contact between gas and particles. Heat transfer is important in many of these applications, either to obtain energy transfer between the solid and gas phases or to obtain energy transfer between the two-phase mixture and a heating/cooling medium. The latter case is particularly important for fluidized bed reactors which require heat addition or extraction in order to achieve thermal control with heats of reaction. The project aims to compute balance laws for fluidized beds with discontinuous Galerkin methods.

Projektleiter: Prof. Dr. Gerald Warnecke

Projektbearbeiter: M.Sc. Ee Han

Kooperationen: Prof. Dr. Evangelos Tsotsas - FVST

Förderer: DFG; 01.06.2009 - 31.03.2013

GRK 1554 Mikro-Makro-Wechselwirkungen in strukturierten Medien und Partikelsystemen "Exact Riemann solutions to selected resonant hyperbolic systems"

A variety of phenomena in nature and engineering can be described by the resonant hyperbolic systems, such as the tsunami waves in the ocean, the arterial and venous systems of hemodynamics, the jet engine of aircraft and rocket propulsion systems. The Riemann problem serves as building blocks for the existence and uniqueness of the general Cauchy problem of hyperbolic systems. Hence in this project, we aim to completely solve the Riemann problem for selected resonant hyperbolic systems: the gas dynamic equations in a duct of variable cross-sectional areas and the shallow water equations with a jump in the bottom topography. In the context of the Riemann solutions to the consideration resonant hyperbolic systems, the challenges both for theoretical and numerical studies are here. The first one is to reveal the structure of all resonant waves due to the fact that waves of different families are not well separated and coincide with each other. The second one is to uniformly compute the Riemann problem for any Riemann initial data. The third one is to determine the existence and uniqueness of the weak solutions for the general problem. We solved these problems in . The results are summarized in the following.

- The velocity function was introduced to determine the wave curves of the stationary wave. The existence of the stationary waves has been studied for the first time. Specifically, for the gas dynamic equations in a duct of variable cross-sectional areas, on one hand if the duct is expanding monotonic, the stationary wave always exists; on the other hand if the the duct is converging monotonic, the stationary wave exists if and only if the variation of the duct is small enough. To be precise, we defined two critical duct areas to justify that certain stationary waves exist or not. For the shallow water equations, we validated that the water can always spread across a lowered bottom step; But the water can go across an elevated bottom step if and only if a critical step size is larger than the actual jump height of the bottom step. The critical step size is determined by the height and the Froude number of the inflow state. The existence for these two systems provides the methodology for other resonant hyperbolic systems, as well as for the general resonant hyperbolic systems.
- Two basic types of the resonant waves were carefully studied. The first type is due to the coincidence of transonic rarefactions and stationary waves. While the second type is due to the coincidence of stationary waves with 0 speed shocks. The existence and monotonicity of two corresponding composite wave curves were carefully established.
- For simplicity, two combination wave curves in the state space were named L-M and R-M wave curves. They can be classified into different basic cases. The wave configurations and the details of the L-M and R-M wave curves have been completely examined and studied.
- The intersection points of the L--M and R--M curves correspond to the intermediate states of the Riemann solutions. The L-M curve is decreasing and the R-M curve is increasing for most cases. Hence the Riemann solution exists uniquely. However, bifurcations appear in certain cases of L-M and R-M curves. Due to the bifurcations, the L-M and R-M curves are folding in the state space. Therefore, there are more than one intersection points for L--M and R--M curves. In such kind of the case the Riemann solution is nonunique.
- To single out the physically relevant solution among all the possible Riemann solutions, we compared the nonunique Riemann solutions of the gas dynamic equations in ducts with the averaged numerical solutions to compressible axisymmetrical Euler equations computed by the GRP scheme in a cylindrical tube based on unstructured triangle meshes. Here GRP is the abbreviation of the generalized Riemann problem. Andrianov and Warnecke in To single out the physically relevant solution among all the possible Riemann solutions, we compared the nonunique Riemann solutions of the gas dynamic equations in ducts with the averaged numerical solutions to compressible axisymmetrical Euler equations computed by the GRP scheme in a cylindrical tube based on unstructured triangle meshes. Here GRP is the abbreviation of the generalized Riemann problem. Andrianov and Warnecke in [1] suggested using the entropy rate admissibility criterion to rule out the unphysical solutions. However, several examples have been found for which the solution picked out does not have the maximum increase in entropy. Moreover, numerous numerical experiments show that the physically relevant

solution is always located on a certain branch of the L--M curves. The bifurcation introduces two additional solutions, but the physical relevant solution is still on the original branch .In addition, a reduced 3×3 mathematical model for the blood flows in medium and large size arteries belongs to the considered resonant hyperbolic systems. The governing system for the blood flows is coupled with tube laws including geometrical and mechanical properties of the blood vessels. The high non-linearity of the tube law is a great challenge for solving the Riemann problem. The present aim of this project is to construct Riemann solutions for subcritical and supercritical Riemann initial data in a uniform manner.

Projektleiter: Prof. Dr. Gerald Warnecke

Projektbearbeiter: M.Sc. Carlos Cueto Camejo

Förderer: Land (Sachsen-Anhalt); 01.08.2009 - 30.07.2013

International Max Planck Research School for Analysis, Design and Optimization in Chemical and Biochemical Process Engineering Magdeburg " The Singular Coagulation and Coagulation-Fragmentation Equations"

Certain problems in the physical sciences are governed by the coagulation and the coagulation-fragmentation equations. These equations are a type of integro-differential equations which are also known as aggregation and aggregation-breakage equations respectively. The coagulation (aggregation) term describes the kinetics of particle growth where particles can coagulate (aggregate) to form larger particles via binary interaction. On the other side, the fragmentation (breakage) term describes how particles break into two or more fragments. The term aggregation covers two processes, the coagulation and agglomeration process. The coagulation process is when particles aggregate forming a new particle where it is not possible to define them in the new particle. The agglomeration process is when particles aggregate and it is possible to define them in the new particle. The coagulation and agglomeration processes are often found in liquid and solid substance respectively. Mathematically the two processes are described by the same equation, therefore we will refer to it as coagulation. Breakage and fragmentation are also synonyms. In many applications, the size of a particle is considered as the only relevant particle property. If we describe the size of a particle by its mass, we have that during the coagulation process the total number of particles decreases while by the fragmentation process the total number of particles increases. In the coagulation process as well as in the fragmentation process the total mass remains constant. Examples of these processes can be found e.g. in astrophysics , in chemical and process engineering, polymer science, and aerosol science.

The aim of this work was to present some results related to the existences and uniqueness of solutions to the coagulation and the coagulation equation with multifragmentation.

We presented a proof of an existence theorem of solutions to the Smoluchowski coagulation equation for a very general class of kernels. This class of kernels includes singular kernels. The important Smoluchowski coagulation kernel for Brownian motion, the equi-partition of kinetic energy (EKE) kernel, and the granulation kernel are covered by our analysis. Our result is obtained in a suitable weighted Banach space of L^1 functions. We define a sequence of truncated problems from our original problem in order to eliminate the singularities of the kernels. Using the contraction mapping principle, we proved the existence and uniqueness of solutions to them. Using weak compactness theory, we prove that this sequence of solutions converges to a certain function. Then it was shown that the limiting function solves the original problem. The uniqueness result was obtained by taking the difference of two solutions and showing that this difference is equal to zero by applying Gronwall's inequality.

Using the same technique we proved the existence and uniqueness of solutions to the singular coagulation equation with multifragmentation in a suitable weighted Banach space of L^1 functions extending the previous result. The Smoluchowski coagulation kernel for Brownian motion, the equi-partition of kinetic energy (EKE) kernel, and the granulation kernel are examples of singular coagulation kernels which are covered in our analysis. It is important to point out that there is no previous existence result mentioned kernels of solution to the coagulation-fragmentation equation with singular kernel.

Projektleiter: Prof. Dr. Gerald Warnecke

Projektbearbeiter: M.Sc. Shumaila Javeed

Förderer: Land (Sachsen-Anhalt); 01.04.2010 - 31.07.2013

International Max Planck Research School for Analysis, Design and Optimization in Chemical and Biochemical Process Engineering Magdeburg "Efficient and accurate numerical simulations of non-isothermal nonlinear reactive chromatographic models"

In this work models capable to describe non-reactive and reactive liquid chromatography were investigated numerically and theoretically. These models have a wide range of industrial applications e.g. to produce pharmaceuticals, food ingredients, and fine chemicals. Two established models of liquid chromatography, the equilibrium dispersive model and the lumped kinetic model, were analyzed using Dirichlet and Robin boundary conditions to solve the column balances. The models consist of systems of convection-diffusion-reaction partial differential equations with dominating convective terms coupled via differential or algebraic equations. The Laplace transformation is used to solve them analytically for the special case of single component linear adsorption. Statistical moments of step responses were calculated and compared with numerical predictions generated by using the methods studied in this thesis for both sets of boundary conditions. For nonlinear adsorption isotherms, only numerical techniques provide solutions. However, the strong nonlinearities of realistic thermodynamic functions and the stiffness of reaction terms pose major difficulties for the

numerical schemes. For this reason, computational efficiency and accuracy of numerical methods are of large relevance and a focus of this work. Another goal is to analyze the influence of temperature gradients on reactive liquid chromatography, which are typically neglected in theoretical studies. By parametric calculations the influence of temperature gradients on conversion and separation processes during reactive liquid chromatography were analyzed systematically. Additionally, the complex coupling of concentration and thermal fronts was illustrated and key parameters that influence the reactor performance were identified. Two numerical schemes, namely the finite volume scheme of Koren and the discontinuous Galerkin finite element method, were applied to numerically approximate the models considered.

These schemes give a high order accuracy on coarse grids, resolve sharp fronts, and avoid numerical diffusion and dispersion. Several case studies to analyze non-reactive and reactive liquid chromatographic processes are carried out. The results of the suggested numerical methods were validated qualitatively and quantitatively against some finite volume schemes from the literature. The results achieved verify that the proposed methods are robust and well suited for dynamic simulations of chromatographic processes.

Projektleiter: Prof. Dr. Gerald Warnecke

Projektbearbeiter: Dipl.-Math. Michael Rother

Förderer: Sonstige; 01.04.2011 - 31.12.2014

Numerics of population balance equations in biology

In my field of research I deal with the evolution of distributed quantities in epidemiology. The underlying mathematical model is complex and consists of ordinary, partial differentials and integral terms. I want to develop a convergent numerical scheme solving a weakly coupled system of those partial integro differential equations approximately. Beginning with a testcase of 2 independent variables / characteristics of such an evolution process it will be the aim to deal with a high dimensional model later on.

Projektleiter: Prof. Dr. Gerald Warnecke

Projektbearbeiter: M.Sc. Jared Okiro

Kooperationen: PD Dr. Martin Falcke (MDC, Berlin)

Förderer: DFG; 01.10.2013 - 30.09.2016

Simulation von "excitation contraction coupling" in ventrikulären Kardiomyozyten

Arrhythmia und Fibrillation sind führende Ursachen für Herztod. Sie können durch Alternas und arrhythmogene Prozesse auf Zellebene verursacht werden. Ca²⁺Dynamik ist involviert bei einigen von ihnen. Das Projekt wird zelluläre arrhythmogene Prozesse untersuchen, die zum Teil bekannt aber in ihrer Wechselwirkung wenig verstanden sind, durch die Simulation von excitation contraction coupling (ECC) in ventrikulären Kardiomyozyten.

Membrandepolarisation wird in tausenden diadischen Spalten in ein Kalziumsignal übertragen. Der große Bereich von Raum- und Zeitskalen des Problems verlangt eine Multiskalentechnik, die die Konzentration in den Spalten durch quasistatische Greensche Funktionen beschreibt, und die Reaktions-Diffusions-Prozesse im Volumen mit finite-Element-Methoden (FEM) simuliert. Die Dynamiken der Ionenkanäle in den Spalten werden wir stochastisch simulieren. Das Membranpotentialmodell wird zelltyp- und speziesspezifisch sein. Wir werden problemspezifisches hybrid stochastisch- deterministisches Zeitschritt-Management entwickeln. Der Bereich von Raum- und Zeitskalen im

Volumen erfordert räumliche und zeitliche Adaptivität der FEM. Wir werden Algorithmen für ihre gleichzeitige Nutzung erarbeiten, und lineare implizite Runge-Kutta-Methoden höherer Ordnung einsetzen, um den Anforderungen an das Zeitschritt-Management gerecht zu werden. Für die Nutzung von Hochleistungsrechnern werden wir angepasste load balancing-Methoden entwickeln.

Projektleiter: apl. Prof. Dr. Friedhelm Schieweck

Projektbearbeiter: Prof. Turek, Dr. Ouazzi, Dipl.-Math. Köster, Dr. Skrzypacz

Förderer: DFG; 01.01.2010 - 31.12.2013

Nichtkonforme Finite Elemente höherer Ordnung

Im Rahmen dieses Projektes, das gemeinsam in Magdeburg und Dortmund bearbeitet werden soll, sollen Finite Element Techniken und Mehrgitterideen für nichtkonforme Elemente höherer Ordnung weiterentwickelt, analysiert und in der Open Source Software FEATFLOW realisiert werden.

Ziel ist dabei, die von den Antragstellern, die seit mehr als 15 Jahren auf dem Gebiet der nichtkonformen FEM sowie der Anwendung auf CFD-Probleme zusammenarbeiten, in früheren Arbeiten hergeleiteten Techniken zur Diskretisierung, Stabilisierung, Adaptivität und zur schnellen Lösung mittels Mehrgittertechniken sowohl für skalare Probleme als auch für die inkompressiblen Navier-Stokes Gleichungen auf den Fall höherer Ordnung zu übertragen. Durch die Realisierung in FEATFLOW wird gleichzeitig gewährleistet, dass eine ausgereifte numerische Testumgebung vorhanden ist und dass anhand realistischer CFD-Probleme in 2D und 3D die Qualität und numerische Effizienz dieser neuen Elementtypen bewertet werden kann.

Projektleiter: PD Dr. Matthias Kunik

Projektbearbeiter: M.Sc. Mahmoud Abdelrahman

Förderer: Sonstige; 01.01.2011 - 09.10.2013

Analytical and Numerical Investigation of the Ultra-Relativistic Euler Equations

In dieser Arbeit studierten wir die ultrarelativistischen Euler-Gleichungen für ein ideales Gas, ein System nichtlinearer hyperbolischer Erhaltungsgleichungen. Diese sind Gleichungen für den Druck, den räumlichen Anteil, der Vierergeschwindigkeit und der Teilchenzahldichte. Nach dem Studium einzelner Stoßwellen und Verdünnungsfächer lösten wir das Riemannsche Anfangswertproblem explizit. Wir zeigten die Eindeutigkeit der Lösungen.

Wir entwickelten für die Beschreibung von Stoßwellen-Interaktionen eine eigene Parametrisierung, die für verschiedene Familien von Stößen auf eine explizite Druckformel nach der Stoßinteraktion führt.

Wir verwendeten diese Formel, um ein interessantes Beispiel für "non backward uniqueness" der ultrarelativistischen Eulergleichungen anzugeben. Ein vorgestelltes numerisches Kegelschema basiert auf Riemann-Lösungen für dieses System, es ist stabil, erfüllt die CFL-Bedingung und erhält Positivität von Druck und Teilchenzahldichte.

Wir führten eine neue Funktion ein, die die Stärke der elementaren Wellen beschreibt, und leiteten hierzu scharfe Ungleichungen ab. Die Interpretation der Stärke Riemannscher Anfangsdaten ist ebenfalls gegeben. Diese Funktion hat die wichtige Eigenschaft, dass die Stärke auch für beliebige Wellen-Interaktionen unseres Systems monoton fallend mit der Zeit ist. Dieses Studium der Welleninteraktion gestattet auch die Bestimmung des Types der transmittierten Wellen. Es kann dazu verwendet werden, eine natürliche Totalvariation der Lösungen zu jeder Zeit zu definieren.

Wir haben für andere hyperbolische Systeme ein vergleichbares Resultat noch nicht gesehen. In den meisten Arbeiten über hyperbolische Erhaltungsgleichungen ist stattdessen ein eher klassischer Zugang üblich, der Änderungen der Riemann-Invarianten als ein Maß für die Stärke der Wellen verwendet. Weiterhin präsentierten wir eine neue Front-Tracking Methode für die ultrarelativistischen Eulergleichungen in einer Raumdimension. Der wichtigste Baustein hierfür ist ein eigener Riemann-Löser. Der Front-Tracking Riemann-Löser approximiert einen kontinuierlichen Verdünnungsfächer durch eine endliche Anzahl von Verdünnungsstößen (non entropy shocks). Während andere Front-Tracking Methoden auch nicht physikalische Lösungen gestatten, die die Rankine-Hugoniot Gleichungen verletzen, ist dies bei unserem Front-Tracking Riemann-Löser nicht der Fall. Wir erhalten somit exakte schwache Lösungen, deren Entropieverletzung kontrollierbar bleibt.

Wir vergleichen die exakte Riemann-Lösung mit den Lösungen des Kegelschemas und unserer Front-Tracking Methode für die ultrarelativistischen Eulergleichungen in einer Raumdimension. Die CFL-Bedingung ist hierbei sehr einfach, und unabhängig von den Anfangsdaten gegeben durch $\Delta t = \Delta x/2$.

Sie kommt aus der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit unter Lorentz-Transformationen. Die numerischen Beispiele zeigen sehr gute Übereinstimmung und eine scharfe Auflösung. Schliesslich studierten wir die Welleninteraktionen

auch mit verallgemeinerten Stößen, die die Rankine-Hugoniot Gleichungen erfüllen, aber nicht unbedingt die Entropiegleichung.

Projektleiter: PD Dr. Matthias Kunik
Projektbearbeiter: M.Sc. Inaam Alshami
Förderer: Sonstige; 01.01.2011 - 31.12.2014

Generalizing Riemann Hypothesis to L-functions

The Riemann Zeta function plays an important role in analytic number theory and has applications in physics, applied statistics and probability theory. While many of the properties of this function have been investigated, there remain important fundamental conjectures, a most notably the Riemann hypothesis: $\zeta(s)=0$ implies $\text{Re}(s)=1/2$ for positive $\text{Re}(s)$. In my thesis a functional analytical characterization of the Riemann hypothesis will be generalized to the so called L-functions.

Projektleiter: Dr. Maren Hantke
Förderer: DFG; 01.11.2012 - 31.10.2015

Eulergleichungen mit Phasenübergängen

Untersucht werden Riemann-Probleme für die Eulergleichungen unter Berücksichtigung von Phasenübergängen, d.h. Kondensation und Verdampfung, sowohl für Mischungen als auch für Reinstoffe. Ziel des beantragten Projektes ist es, sämtliche mögliche Lösungsklassen zu beschreiben und in allen diesen Klassen Existenz und Eindeutigkeit der Lösung zu beweisen und die exakte Lösung zu konstruieren. Insbesondere werden auch die Fälle von Kavitation und Nukleation untersucht. Weiterhin erfolgt die Entwicklung numerischer Verfahren in allen Lösungs- und Problemklassen.

5. Veröffentlichungen

Begutachtete Zeitschriftenaufsätze

Abdelrahman, Mahmoud; Kunik, Matthias

The interaction of waves for the ultra-relativistic Euler equations

In: Journal of mathematical analysis and applications. - Amsterdam [u.a.]: Elsevier, insges. 24 S., 2013;
[Imp.fact.: 1,050]

Dall'Acqua, Anna; Deckelnick, Klaus; Wheeler, Glen

Unstable Willmore surfaces of revolution subject to natural boundary conditions

In: Calculus of variations and partial differential equations. - Berlin: Springer, Bd. 48.2013, 3/4, S. 293-313;
[Imp.fact.: 1,236]

Dreyer, Wolfgang; Hantke, Maren; Warnecke, Gerald

Bubbles in liquids with phase transition. Part 2: On balance laws for mixture theories of disperse vapor bubbles in liquid with phase change

In: Continuum mechanics and thermodynamics. - Berlin: Springer, insges. 29 S., 2013;
[Imp.fact.: 1,091]

Han, Ee; Hantke, Maren; Warnecke, Gerald

Criteria for nonuniqueness of Riemann solutions to compressible duct flows

In: ZAMM. - Berlin: Wiley-VCH, 2013;
[Imp.fact.: 0,863]

Hantke, Maren; Dreyer, Wolfgang; Warnecke, Gerald

Exact solutions to the Riemann problem for compressible isothermal Euler equations for two-phase flows with and without phase transition

In: Quarterly of applied mathematics. - Providence, RI: Brown Univ, Bd. 71.2013, S. 509-540;

Javeed, Shumalia; Qamar, Shamsul; Ashraf, Waqas; Warnecke, Gerald; Seidel-Morgenstern, Andreas

Analysis and numerical investigation of two dynamic models for liquid chromatography

In: Chemical engineering science. - Amsterdam [u.a.]: Elsevier Science, Bd. 90.2013, S. 17-31;
[Imp.fact.: 2,601]

John, Volker; Thein, Ferdinan

On the efficiency and robustness of the core routine of the quadrature method of moments (QMOM)
In: Chemical engineering science. - Amsterdam [u.a.]: Elsevier Science, Bd. 75.2013, S. 327-333;
[Imp.fact.: 2,386]

Kumar, Rajesh; Kumar, Jitendra; Warnecke, Gerald

Moment preserving finite volume schemes for solving population balance equations incorporating aggregation, breakage, growth and source terms
In: Mathematical models and methods in applied sciences (M 3 AS). - Singapore [u.a.]: World Scientific, Bd. 23.2013, 7;
[Imp.fact.: 1,635]

Kuzmin, Dmitri; Schieweck, Friedhelm

A parameter-free smoothness indicator for high-resolution finite element schemes
In: Central European journal of mathematics. - Berlin: Springer, Bd. 11.2013, 8, S. 1478-1488;

Nagaiah, Ch.; Suresh Kumar, N.; Bück, Andreas; Warnecke, Gerald

Parallel and high resolution numerical solution of concentration and temperature distributions in fluidized beds
In: Computers & chemical engineering. - Amsterdam [u.a.]: Elsevier Science, Bd. 52.2013, S. 122-133;
[Imp.fact.: 2,320]

Okiro, Jared; Manyonge, A. W.; Ongati, N. O.; Shichikha, J. M.; Kimaiyo, J. K.

On the solution of confined aquifer flow equations - finite difference approximations
In: Applied mathematical sciences. - Ruse: Hikari Ltd., Bd. 7.2013, 58, S. 2885-2896;

Schulze, Felix; Simon, Miles

Expanding solitons with non-negative curvature operator coming out of cones
In: Mathematische Zeitschrift. - Berlin: Springer, Bd. 275.2013, 1/2, S. 625-639;
[Imp.fact.: 0,879]

Simon, Miles

Local smoothing results for the Ricci flow in dimensions two and three
In: Geometry & topology. - Berkeley, Calif: Mathematical Sciences Publishers, Bd. 17.2013, S. 2263-2287;

Zien, Ali; Hantke, Maren; Warnecke, Gerald

On the modeling and simulation of a laser-induced cavitation bubble
In: International journal for numerical methods in fluids. - Chichester: Wiley, Bd. 73.2013, 2, S. 172-203;

Nicht begutachtete Zeitschriftenaufsätze

Abdelrahman, Mahmoud A. E.; Kunik, Matthias

A new front tracking scheme for the ultra-relativistic Euler equations
In: Magdeburg: Univ., Fak. für Mathematik, 2013; 27 S. - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2013,18);

Abdelrahman, Mahmoud A. E.; Kunik, Matthias

The interaction of waves for the ultra-relativistic Euler equations /Mahmoud A. E. Abdelrahman; Matthias Kunik
In: Magdeburg: Univ., Fak. für Mathematik, 2013; 27 S. - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2013,7);

Bannasch, Sebastian; Rose, Gerd; Warnecke, Gerald

Iterative solution of system matrices from computer tomography using discrete time flow methods
In: Magdeburg: Univ., Fak. für Mathematik, 2013; 12 S. - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-

Universität Magdeburg; 2013,11);

Deckelnick, Klaus; Elliott, Charles M.; Ranner, Thomas

Unfitted finite element methods using bulk meshes for surface partial differential equations

In: Magdeburg: Univ., Fak. für Mathematik, 2013; 26 S. - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2013,29);

Deckelnick, Klaus; Katz, Jakob; Schieweck, Friedhelm

A C1-finite element method for the Willmore flow of two-dimensional graphs

In: Magdeburg: Univ., Fak. für Mathematik, 2013; 23 S. - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2013,4);

Hinze, Michael; Deckelnick, Klaus

A-priori error bounds for finite element approximation of elliptic optimal control problems with gradient constraints

In: Magdeburg: Univ., Fak. für Mathematik, 2013; 15 S. - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2013,14);

Lenor, Stephan; Grunau, Hans-Christoph

Uniform estimates and convexity in capillary surfaces

In: Magdeburg: Univ., Fak. für Mathematik, 2013; 13 S. - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2013,19);

Sweers, Guido; Grunau, Hans-Christoph

A clamped plate with a uniform weight may change sign

In: Magdeburg: Univ., Fak. für Mathematik, 2013; 6 S.: III. - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2013,10);

Sweers, Guido; Grunau, Hans-Christoph

In any dimension a "clamped plate" with a uniform weight may change sign*

In: Magdeburg: Univ., Fak. für Mathematik, 2013; 8 S. - (Preprint / Fakultät für Mathematik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg; 2013,17);

Buchbeiträge

Grunau, Hans-Christoph; Robert, Frédéric

Uniform estimates for polyharmonic Green functions in domains with small holes

In: Recent trends in nonlinear partial differential equations II. - Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, S. 263-272, 2013;

Dissertationen

Abdelrahman, Mahmoud Abdelaziz Elbiomy; Kunik, Matthias [Gutachter]

Analytical and numerical investigation of the ultra-relativistic Euler equations. - Magdeburg, Univ., Fak. für Mathematik, Diss., 2013; VI, 176 S.: graph. Darst.;

Breiten, Tobias; Benner, Peter [Gutachter]

Interpolatory methods for model reduction of large-scale dynamical systems. - Magdeburg, Univ., Fak. für Mathematik, Diss., 2013, 2012; XX, 179 S.: graph. Darst.;

Cueto Camejo, Carlos; Warnecke, Gerald [Gutachter]

The singular coagulation and coagulation-fragmentation equations. - Magdeburg, Univ., Fak. für Mathematik, Diss., 2013; VI, 115 S.: graph. Darst.;

Han, Ee; Warnecke, Gerald [Gutachter]

Exact Riemann solutions to two selected resonant hyperbolic systems. - Magdeburg, Univ., Fak. für Mathematik, Diss.,

2013, 2012; VI, 162 S.: graph. Darst.;

Javeed, Shumaila; Warnecke, Gerald [Gutachter]

Analysis and numerical investigation of dynamic models for liquid chromatography. - Magdeburg, Univ., Fak. für Mathematik, Diss., 2013, 2012; XV, 138 S.: graph. Darst.;